

SCHÜTTGUTEINWIRKUNGEN AUF SILOZELLEN

Günter A. Rombach, Frank Neumann, Arbeitsbereich Massivbau 3-07

Zusammenfassung: Es wird über Probleme und Ergebnisse von numerischen Simulationen der Füll- und Entleerungsvorgänge in Silozellen berichtet. Diese dienen zur Bestimmung der Schüttguteinwirkungen auf das Bauwerk.

1 EINLEITUNG

Schwankungen der natürlichen Erzeugung, z.B. von Getreide, und dem Bedarf machen die Speicherung von schüttbaren Massengütern in Silozellen unumgänglich. Entsprechend den unterschiedlichen Anforderungen gibt es die verschiedensten Siloformen und Silogrößen. Kleinere Varianten aus Stahl sind fast auf jeder Baustelle zu finden, um die permanente Verfügbarkeit von Baustoffen in ausreichender Menge sicherzustellen. Große Betonsilos versorgen ganze Landstriche mit Getreide oder ähnlichen Nahrungsmitteln. Bei einem sehr großen Umschlag, wie z.B. in Brake von bis zu 20000 to täglich, sind sehr hohe Kapazitäten erforderlich. Die im letzten Jahr neu gebauten Silozellen mit wabenförmigem Grundriss weisen eine Höhe von ca. 80 m auf. Die Befüllung einer Silozelle sowie das Entleeren kann zentrisch oder exzentrisch erfolgen.

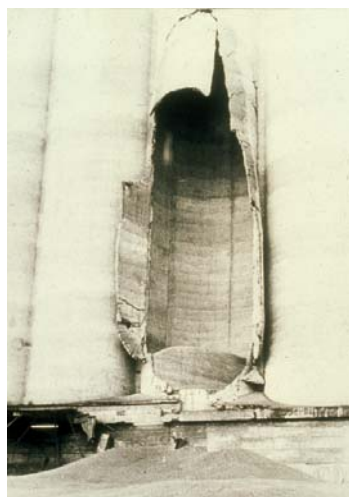


Bild 1 Beton- und Stahlsilos

Die rechnerische Ermittlung der Schüttguteinwirkungen auf eine Silozelle ist aufgrund der zahlreichen Einflussgrößen und des sehr komplexen Verhaltens des granularen Materials mit großen Unsicherheiten behaftet. Die Schadenshäufigkeit von Silos ist daher erheblich größer als bei anderen Bauwerken. Durch eine Erhöhung der Lastansätze und der näherungsweise Berücksichtigung von unsymmetrischen Einwirkungen sind erfreulicherweise Einstürze, wie sie in Bild 2 dargestellt sind, selten geworden. Trotzdem werden genauere und vor allem sichere Lastangaben dringend benötigt. Hierzu möchte die Siloforschung an der TUHH einen Beitrag leisten. Aufbauend auf den Arbeiten von Eibl und seinen Mitarbeitern [1-3] soll das vorhandene Finite-Elemente Programmsystem soweit verbessert werden, dass damit beliebige Strukturen in einer sinnvollen Zeit untersucht werden können. Hierzu sind zahlreiche Probleme zu lösen, auf welche in Abschnitt 3 genauer eingegangen wird.



Einsturz eines Getreidesilos in Harburg, 9.7.95



Silo Korneuburg, 27.3.61 (aus [11])

Bild 2 Eingestürzte Betonsilos

Ziel der Forschungsarbeiten ist die Entwicklung einfacher aber genauer Berechnungsverfahren für die Bestimmung der Schüttguteinwirkungen beim Füllen (Lagern) und Entleeren für Silozellen beliebiger Geometrie.

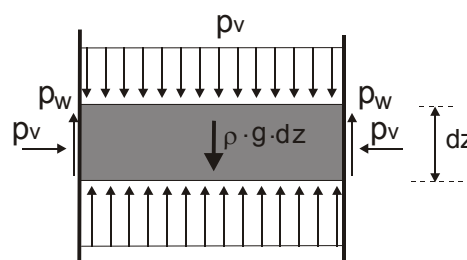
2 BERECHNUNG DER SCHÜTTGUTEINWIRKUNGEN IN DER BAUPRAXIS

Die Bestimmung der Schüttgutlasten ist in den einschlägigen Normen festgelegt. Nachfolgend wird nur auf die hierzulande gültigen Vorschriften, die deutsche Fassung des Eurocodes Teil 4: „Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter“ [4] sowie DIN 1055 Teil 6 (Entwurf 2000) [5] eingegangen.

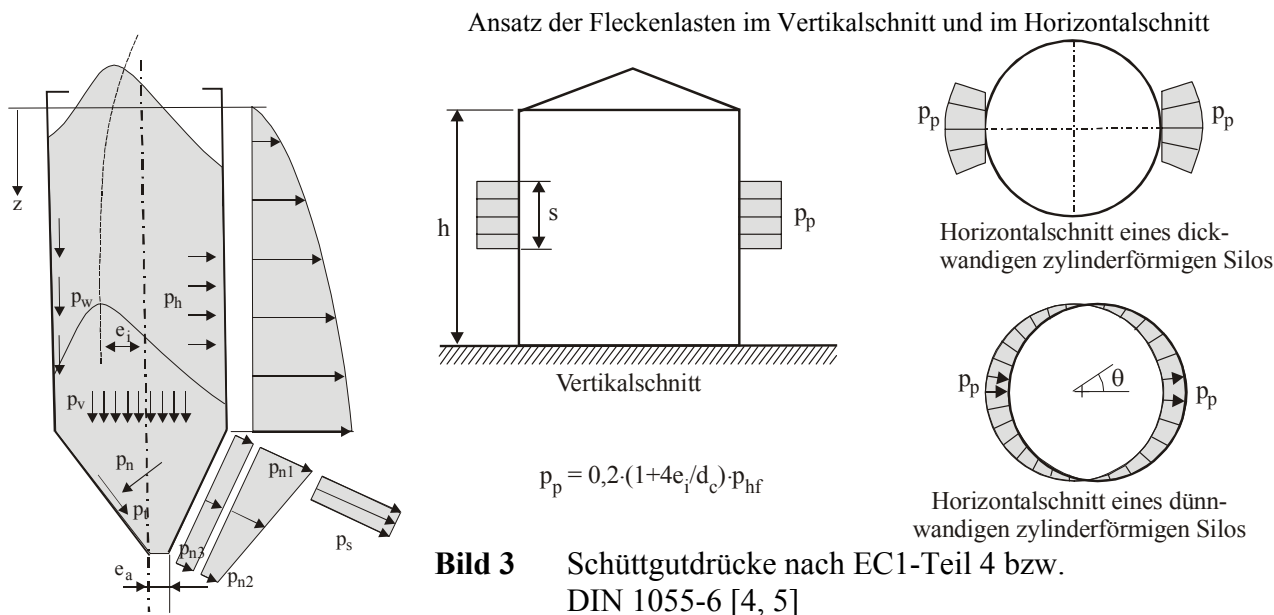
Die Horizontal- und Vertikaldrücke in Silozellen werden weltweit mit einem von Janssen vor mehr als 100 Jahren entwickelten analytischen Verfahren bestimmt (siehe Gl. 1). Die bekannten Unzulänglichkeiten dieses Modell werden durch weitgehend empirisch festgelegte Koeffizienten (z.B. C_h) zu beseitigen versucht. Dies trifft insbesondere für die unsymmetrischen Lasten zu.

$$\text{Füll- bzw. Entleerungs-Wanddruck: } p_{hf}(z) = \frac{\gamma \cdot A}{\mu \cdot U} \cdot \left(1 - e^{-z \cdot K_s \cdot \mu \cdot U / A}\right) \quad p_{he}(z) = C_h \cdot p_{hf} \quad (1)$$

- mit:
- γ das spezifische Gewicht
 - μ der Reibungsbeiwert der Wand
 - K_s das Verhältnis von horizontalem zu vertikalem Druck
 - z Höhenlage
 - U der innere Umfang des Silos
 - A Querschnittsfläche des Silos



In der Norm [4, 5] werden die unsymmetrischen Entleerungslasten näherungsweise durch sogenannte Fleckenlasten berücksichtigt (siehe Bild 3).



Es sei noch darauf hingewiesen, dass die derzeit gültigen Normen zahlreiche in der Praxis ausgeführte Silokonstruktionen nicht abdecken, wie beispielsweise innenliegende Trichter oder stark exzentrische Befüllung und Entleerung. Über die Lastverteilung bei Silozellen mit rechteckigem Grundriss werden keine Aussagen gemacht. Die europäische Norm EC1 Teil 4 hat folgende Anwendungsgrenzen:

- Die Exzentrizität e_1 des Füllgutes ist nach der Füllung kleiner als $0,25d_c$.
- Die Exzentrizität e_a der Mitte der Ausflussöffnung beträgt maximal $0,25d_c$. Weiterhin ist kein Teil der Ausflussöffnung weiter als $0,3d_c$ von der Mittelebene von Silos mit ebenem Fließen oder der Mittelachse von anderen Silos entfernt.

Die obigen Einschränkungen bestehen in DIN 1055-6:2000 [5] nicht. Es wäre zu klären, in wie weit diese erhebliche Änderung gegenüber den europäischen Vorschriften zulässig ist.

3 SIMULATION DER FÜLL- UND ENTLEERUNGSVORGÄNGE MITTELS FEM

3.1 Allgemein

Es gibt prinzipiell 2 verschiedene Möglichkeiten, die Schüttguteinwirkungen in Silozellen zu erforschen (Bild 4). Zum einen kann man die Wand- und Bodendrucke experimentell bestimmen. Das wesentliche Problem von Versuchen mit Schüttgütern liegt in den hohen Kosten aufgrund der zahlreichen Einflussgrößen. Weiterhin können nur Reaktionen bzw. Silodrucke gemessen werden, nicht jedoch deren Ursache. Das Verhalten des Füllmaterials im Behälter lässt sich experimentell nur sehr begrenzt studieren. Außerdem treten Probleme mit dem Maßstabseffekt auf.

Aus diesen Gründen, sind für die Untersuchungen numerische Verfahren besser geeignet. Sowohl die Diskrete-Elemente-Methode (DEM) als auch die Finite-Elemente-Methode (FEM) werden hierzu verwendet.

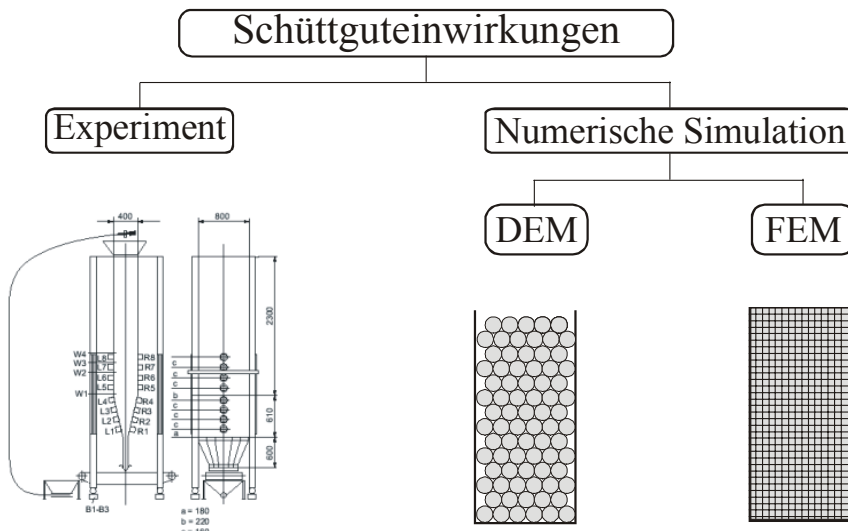


Bild 4 Bestimmung von Silodrücken

Die DEM scheidet aus, da im Rahmen des Forschungsprojektes das Schüttgutverhalten in *realen* Silozellen mit einer extrem großen Zahl von Partikeln studiert werden soll. Es sind kontinuumsmechanische Modelle erforderlich, wie sie der Finite-Elemente-Methode zugrunde liegen. Ein weiterer Vorteil von FE besteht darin, dass verschiedene Stoffmodelle für *reale* granulare Materialien zur Verfügung stehen. Für die komplexen numerischen Berechnungen sind zahlreiche Probleme zu lösen (siehe Bild 5), auf welche nachfolgend näher eingegangen wird.

3.2 Stoffmodelle

Der realitätsnahen Beschreibung des Schüttgutverhaltens, dem Stoffmodell, kommt eine zentrale Bedeutung zu. Es muss sowohl die nahezu statischen Vorgänge während der Lagerung mit relativ kleinen Verzerrungsraten als auch die dynamische Entleerung mit großen Deformationen richtig beschreiben. Weiterhin muss das Stoffmodell das Verhalten sehr unterschiedlicher Schüttgüter bestmöglichst abbilden können. Nachfolgend ist lediglich der Ansatz von v. Wolfersdorff [6] angegeben, woraus die Komplexität der notwendigen Modelle gut zu erkennen ist. Um die hohen Geschwindigkeiten bei der Entleerung erfassen zu können, wird ein viskoser Anteil verwendet.

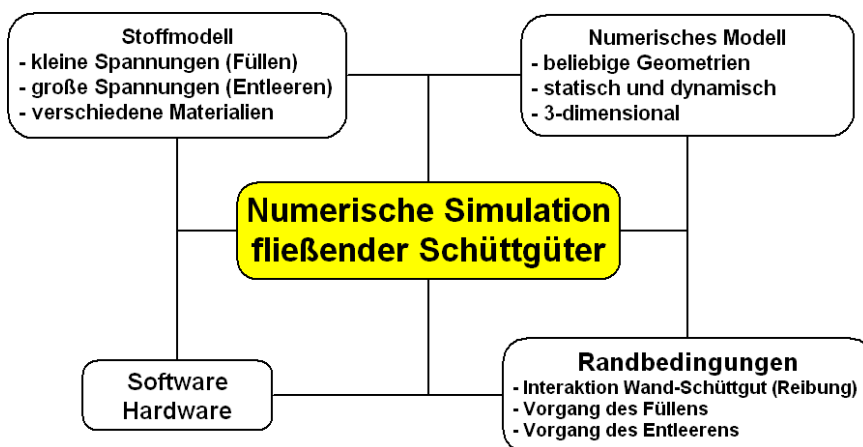


Bild 5 Verschiedene Bereiche der numerischen Simulation

statischer Anteil: Stoffmodell von v. Wolffersdorff [6]

$$T_S = f_b \cdot f_e \cdot \frac{1}{\text{tr}(\hat{T} \cdot \hat{T})} \cdot \left[F^2 \cdot D + a^2 \hat{T} \text{tr}(\hat{T} \cdot D) + f_d \cdot a \cdot F \cdot (\hat{T} + \hat{T}') \parallel D \right] \quad \hat{T} = \frac{T}{\text{tr}(T)}$$

Indizes: e = elastischer Anteil p = plastischer Anteil

viskoser Anteil: $T_V = G : \dot{D} \quad G_{ijrs} = 2 \cdot \mu \cdot \sqrt{\text{tr} D'^2} (\delta_{ir} \cdot \delta_{js} - 1/3 \delta_{ij} \cdot \delta_{rs})$

Gesamtspannungsrate: $\dot{T} = \dot{T}_S + \dot{T}_V$

Weiterhin wird das elasto-plastische Stoffmodell von Lade [12] mit einem elastischen und zwei plastischen Anteilen und der hypoelastische Ansatz von Kolymbas verwendet [2, 7]. Letzteres bietet gegenüber elasto-plastischen Modellen numerisch erhebliche Vorteile, da während des gesamten Verformungsvorganges die materialbezogenen Größen nach Kolymbas im Gegensatz zu den Fließflächenparametern f_p und h_p bei Lade konstant sind. Außerdem sind nur 4 Stoffkonstanten erforderlich (Lade: 14). Die Ergebnisse der beiden Modelle sind nahezu identisch, wie zahlreiche Vergleichsrechnungen gezeigt haben.

3.3 Numerisches Modell

Das verwendete numerische Modell basiert auf der Finite-Elemente-Methode (räumlich). Für die zeitliche Diskretisierung werden Finite Differenzen Verfahren verwendet. Dem Modell liegt das Eulersche (raumfeste) Bezugssystem für die statischen und dynamischen Berechnungen zu Grunde. Neben dem Silo und dem granularen Medium müssen außerdem die Interaktionen zwischen dem Schüttgut und der Silowand durch geeignete Interface-Elemente und Materialansätze erfasst werden [1, 8].

In Bild 6 ist das implementierte 16-Knoten-Interfacelement abgebildet. Es ist voll kompatibel mit dem verwendeten 20-Knoten-Volumenelement.

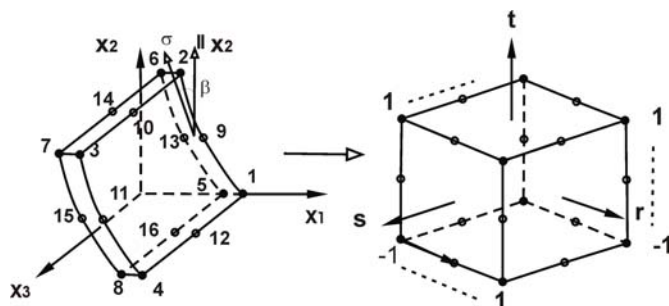


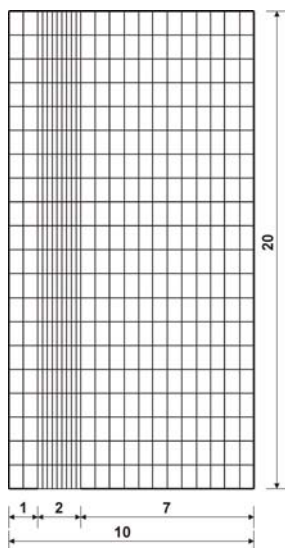
Bild 6 16-Knoten-Kontakt- und 20-Knoten Volumenelement

Bei der Berechnung von räumlichen Strukturen stellt die benötigte Rechenzeit aufgrund der hohen Anzahl der Unbekannten ein großes Problem dar. Zur Verdeutlichung des Sachverhaltes ist in Tabelle 1 die Element- und Knotenanzahl für ein ebenes und ein räumliches System aufgelistet, wobei die Silos dieselbe Breite und Höhe aufweisen. Die Elementgrößen sind identisch. Der starke Anstieg der Anzahl der Unbekannten ist deutlich zu erkennen.

Silogeometrie Höhe = 20m; Breite = 10m	Ebenes System (Tiefe = 1m) (8-Knoten-Schüttgutelemente)	Räumliches System Tiefe = 10m (20-Knoten-Schüttgutelemente)
Elemente in Höhenrichtung	20	20
Elemente in Breitenrichtung	10	10
Elemente in Tiefenrichtung	entfällt	10
gesamte Elementanzahl	200	2000 (Faktor 10)
Knotenanzahl	641	7051 (Faktor 11)
Anzahl der Unbekannten	1282	21153 (Faktor 17)

Tabelle 1 Zunahme der Knotenanzahl von 2- zu 3-dimensionalen Systemen

Für 3-dimensionale Systeme spielt daher die numerische Stabilität der verwendeten Algorithmen und die Rechengeschwindigkeit eine wesentliche Rolle. Um letztere zu verbessern sind zunächst die zeitintensiven Teile der Simulationen zu identifizieren. Hierzu wurden die Rechenzeiten für das in Bild 7 dargestellte ebene Silo (Höhe/Breite = 20 / 10 m, exzentrische Entleerung) für unterschiedlich feine Diskretisierungen bestimmt.



Knotenanzahl	Elementanzahl
1754	520
2174	650
2594	780
3014	910
3434	1040
3854	1170

Schüttgut	Weizen
Stoffgesetz	Kolymbas
Schlankheit h/d	$20 \text{ m} / 10 \text{ m} = 2$ ($d_c = 5 \text{ m}$)
Öffnungsbreite	2 m
Exzentrizität der Öffnung	$3 \text{ m} = 0,6 d_c$
Öffnungszeit	0,2 s
Entleerungszeit	1 s
Wandreibungsbeiwert	$\mu = 0,25$
Ebener Spannungszustand	

Bild 7 Modell zur Verifizierung der Rechengeschwindigkeiten

Elementanzahl	520	650	780	910	1040	1170
Start, Einlesen der Daten	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7
Berechnung des äußeren Lastvektors	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01
Berechnung der Lastinkremente	75,4	96,0	113,5	134,0	151,3	169,5
Aufbau der Steifigkeitsmatrix	163,3	211,8	254,7	309,4	353,7	404,7
Dreieckszerlegung	1444,8	2414,3	3692,9	5434,3	7507,5	10036,5
Rücksubstitution	56,3	85,5	118,6	160,2	201,7	252,2
Berechnung der inneren Kräfte	65,5	88,1	108,2	132,3	151,1	174,1
Berechnung des Residuums und Massenterme	171,9	229,9	284,0	345,2	397,3	456,6
Ausgabe	6,9	8,5	10,1	12,0	13,4	15,0
Gesamtzeit	1984,6	3134,9	4582,8	6528,4	8777,0	11509,7
Prozentuale Differenz (520 El. = 100%)	100	158	231	329	442	580

Tabelle 2 Vergleich der Rechenzeiten in Abhängigkeit von der Elementanzahl (Entleerungsberechnung, in Sekunden)

Sehr zeitintensiv ist die Dreieckszerlegung der Steifigkeitsmatrix (ca. 70-90 % der gesamten Rechenzeit). Daher soll dieser Rechenteil im Rahmen eines DFG-Projektes in Zusammenarbeit mit dem Institut für Angewandte Mathematik der Universität Dortmund (Prof. S. Turek) verbessert werden. Außer der Croutschen Variante der Gauß-Elimination [9] wurden bislang verschiedene iterative Gleichungslöser getestet. Für ebene Spaltzellen ergaben sich leider keine Reduzierungen der Rechenzeiten. Bei einer großen Anzahl von Unbekannten, wie sie bei 3d Systemen erforderlich ist, wird jedoch eine erhebliche Zeitverbesserung erwartet.

3.4 Simulation des Füllvorganges

Neben den numerischen und physikalischen Aspekten müssen weiterhin die Füll- und Entleerungsvorgänge in einem Silo realitätsnah abgebildet werden [1, 10]. So ist beispielsweise bei der Simulation des Füllvorganges die Art der Lastaufbringung von großer Bedeutung. Am einfachsten ist es, des Eigengewicht die Schüttgutes inkrementell über die gesamte Silohöhe gleichmäßig aufzubringen (Bild 8). Bei diesem Verfahren werden allen Finiten Elementen gleichzeitig Dichteigenschaften zugewiesen. Realitätsnah, aber rechnerisch erheblich aufwendiger, ist das lagenweise Füllen einzelner Elementschichten. Hierbei werden jeder Elementschicht einzeln, inkrementell Volumenkräfte zugewiesen.

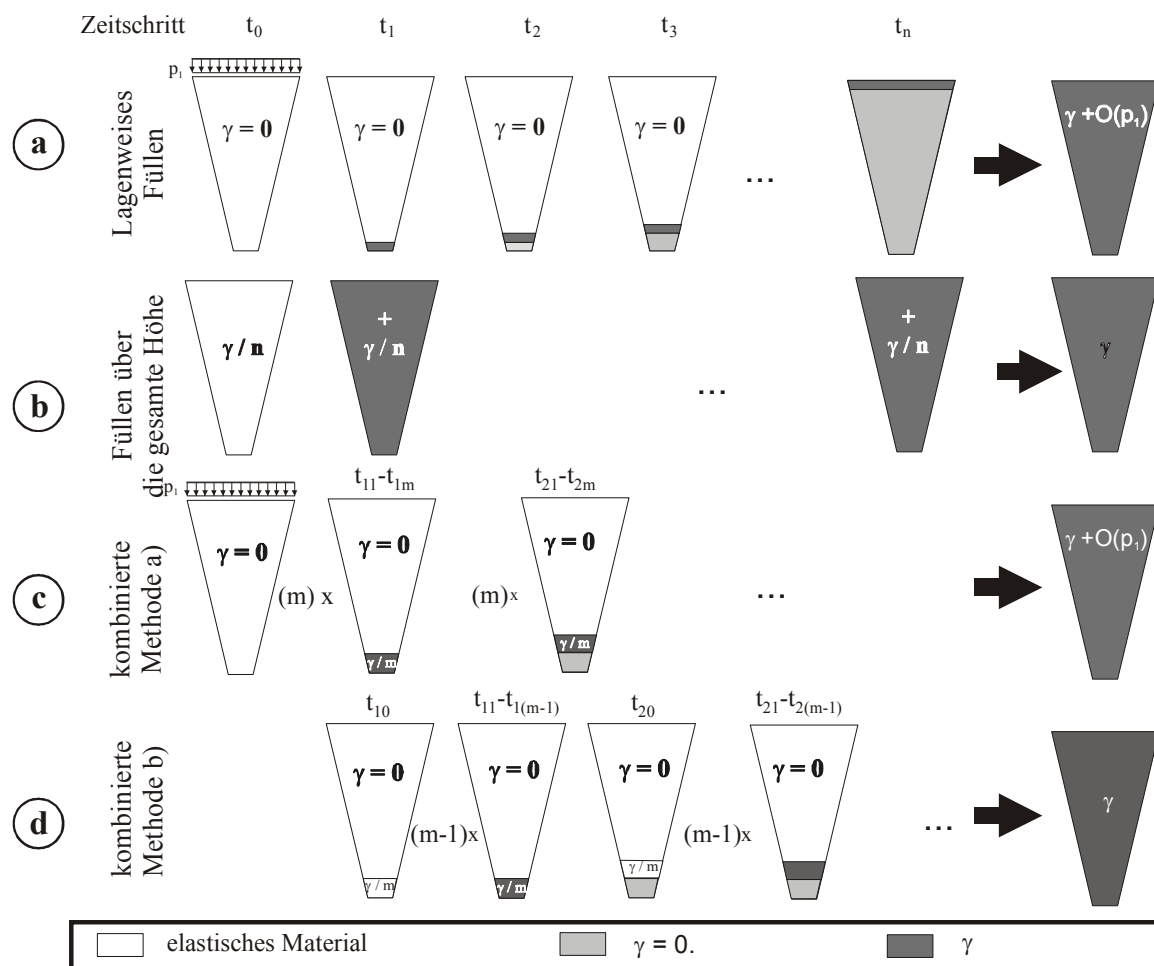


Bild 8 Füllverfahren

Bei Silos mit parallelen, senkrechten Wänden genügt das einfachere Verfahren. Bei Behältern mit geneigten Wänden (Trichter), muss man die lagenweise Füllmethode verwenden. Anderenfalls werden vollkommen falsche Ergebnisse berechnet, wie das in Bild 9 dargestellte Beispiel zeigt. In Bild 9 sind die Hauptspannungen sowie die resultierenden Wanddrücke eines Trichters für die beiden Füllvarianten dargestellt. Unter Verwendung des schichtenweisen Füllens erhält man einen maximalen Wanddruck von $p_n = 8,9 \text{ kN/m}^2$ während sich mit dem einfacheren Füllen über die gesamte Höhe ein Wert von nur $p_n = 6,7 \text{ kN/m}^2$ ergibt. Weiterhin sind sehr unterschiedliche Wanddruckverläufe erkennbar.

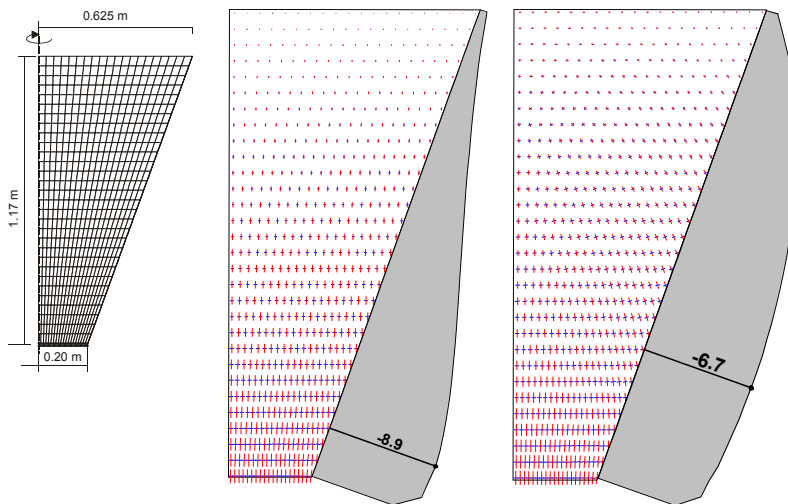


Bild 9 Vergleich der Wanddrücke nach dem Füllen bei unterschiedlicher Füllweise (links: schichtenweises Füllen; rechts: Füllen über die gesamte Höhe)

Auch die numerische Simulation der Entleerung bedarf einer genaueren Betrachtung. Der zeitliche Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf hängt sehr stark von dem verwendeten Verfahren zur Simulation des Öffnungsvorganges ab, wie man aus dem in Bild 10 dargestellten Ergebnissen erkennt.

3.5 Software / Hardware

Für die Berechnungen wird das Programmpaket *SILO* verwendet, welches zu Forschungszwecken von Rombach in den 90er Jahren an der Universität Karlsruhe entwickelt wurde [1, 3]. Als Programmierumgebung findet Standard Fortran Verwendung. Das Programm ist modular aufgebaut, so dass sich relativ einfach neue Elemente, Stoffmodelle oder Routinen implementieren lassen. Es ist voll kompatibel, d.h. nahezu unabhängig von der Hardware. Es werden sowohl Berechnungen auf dem PC (Windows) als auch auf dem Großrechner der TUHH (Unix) durchgeführt. Dafür sind lediglich kleinere Programmänderungen notwendig.

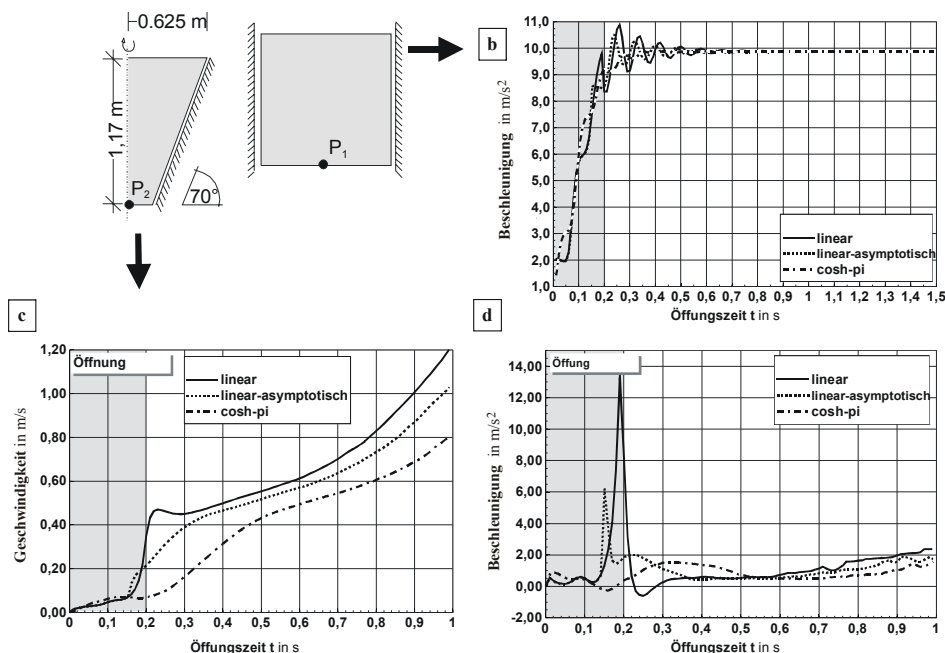


Bild 10 Einfluss der Öffnungsmethode auf den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf

4 AUSBLICK

Die Grundlagenarbeiten für die dreidimensionalen Berechnungen sind abgeschlossen. Erste vielversprechende Ergebnisse liegen vor. Die Rechenzeit des Programms muss weiter reduziert sowie die Stabilität der verwendeten Algorithmen verbessert werden. Parallel hierzu ist es erforderlich umfangreiche Vergleichsrechnungen durchzuführen. Die eingehende Verifizierung des Programms stellt die wesentliche Voraussetzung für die geplanten komplizierten und sehr aufwendigen dreidimensionalen Berechnungen dar.

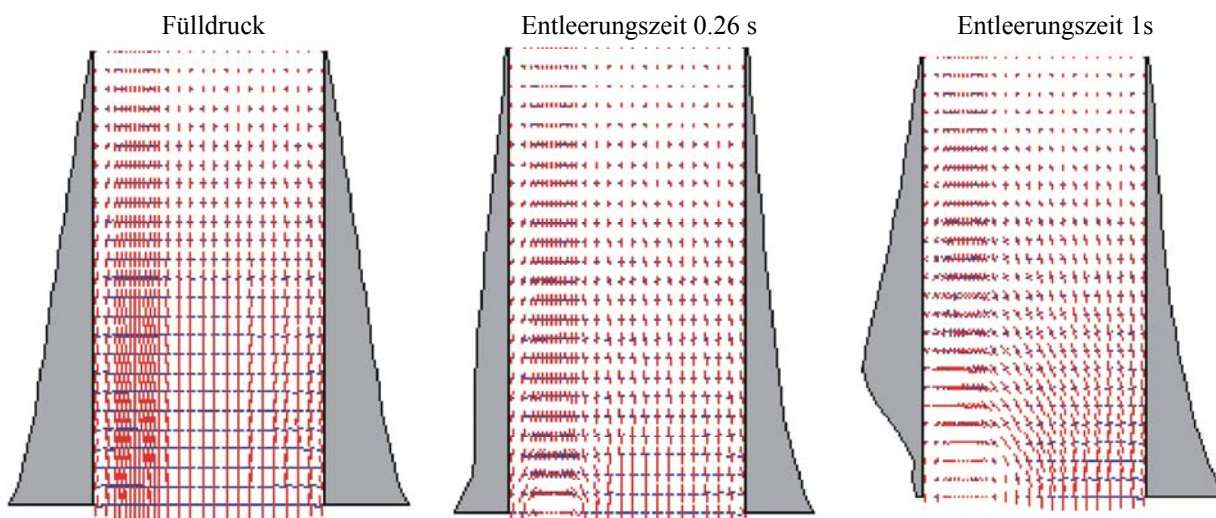


Bild 11 Spannungsfelder einer Spaltzelle nach dem Füllen und während der Entleerung

5 LITERATUR

- [1] Rombach G. A.: *Schüttguteinwirkungen auf Silozellen – Exzentrische Entleerung-*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1991
- [2] Weidner J.: *Vergleich von Stoffgesetzen granularer Schüttgüter zur Silodruckermittlung*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1990
- [3] Eibl J., Rombach G. et. al.: *Rechnerische Erfassung der Silodrücke – Algorithmen*. in: Silobauwerke und ihre spezifische Beanspruchungen (Deutsche Forschungsgemeinschaft Hrsg.). Weinheim, 2000
- [4] DIN V ENV 1991-4:1995: *Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 4: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter*
- [5] DIN 1055-6:2000: *Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 6: Einwirkungen aus Silos und Flüssigkeitsbehälter*. Entwurf September 2000
- [6] v. Wolffersdorff P.-A.: *Beitrag zur Systematisierung geschwindigkeitsunabhängiger Stoffgesetze in der Bodenmechanik hinsichtlich ihrer theoretischen Grundlagen, ihrer Abbildgenauigkeit und ihrer praktischen Anwendbarkeit unter besonderer Berücksichtigung der Lösung von Randwertproblemen mit der Finite-Elemente-Methode*. Dissertation, Universität Weimar, 1984
- [7] Kolymbas D.: *Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1978
- [8] Lehmann L.: *Numerische Simulation der Spannungs- und Geschwindigkeitsfelder in Silos mit Einbauten*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1996
- [9] Bathe K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Berlin, 2002
- [10] Keiter W. R.; Rombach G. A.: *Numerical Aspects of FE-Simulations of Granular Flow in Silos*. ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 127 No. 10, Oct. 2001, pp. 1044-1050
- [11] Martens P.: *Silo-Handbuch*. Beton- und Stahlbetonbau 5, 1988
- [12] Lade P. V.: *Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces*. Int. J. Solids Structures, 1977, Vol.13, pp. 1019-1035, University of California, 1977
- [13] Rombach G., Keiter T.: *Accurate handling of pressure peaks in FE-simulations of granular media*. Proceedings EM 2002, New York, 2.-5. June 2002