Technische Universität Hamburg-Harburg
Institut für Numerische Simulation, E-10
Dr. Jens-Peter M. Zemke

Sommersemester 2008

Numerische Verfahren

Übungen, Blatt 6

Aufgabe 1: (Thema: Singulärwertzerlegung.)

Berechnen Sie eine Singulärwertzerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2: (Thema: QR-Algorithmus.)

Konvergiert die Grundform des QR-Algorithmus für die Matrix A aus Aufgabe 1 gegen eine obere Dreiecksmatrix?

Aufgabe 3: (Thema: Inverse Iteration.)

Erzeugen Sie mit

```
I = speye(n);
E = sparse(2:n,1:n-1,1,n,n);
D = E + E' - 2*I;
A = kron(D,I) + kron(I,D);
A = -n^2*A;
```

eine $n^2 \times n^2$ -Matrix A.

Bestimmen Sie für $n = 100$ den kleinsten Eigenwert von A durch die folgenden Algorithmen (Bezeichnungen wie in Algorithmus 6.15):

a) Potenzmethode für A^{-1}

b) Inverse Iteration mit festen Shift

c) Inverse Iteration mit variablem Shift

$$\lambda_{m+1} = \lambda_m - 1/k_m$$

d) Inverse Iteration mit Rayleigh-Quotienten Shift:

$$\lambda_{m+1} = u_{m+1}^T A u_{m+1} / ||u_{m+1}||^2$$

Vergleichen Sie die Rechenzeiten.

Aufgabe 4: (Thema: QR-Algorithmus.)

Führen Sie für die Matrix

```
A = rand(n);
A = A + A';
```

für $n = 10$ den QR-Algorithmus mit dem Shift $x = a_{nn}$ aus. Verkleinern Sie die Dimension der Matrix um 1, falls

$$\max_{i=1,\dots,n-1} |a_{ni}| < 10^{-16} |a_{nn}|, \qquad i = 1, \dots, n-1$$

gilt. Wie viele Schritte benötigt man im Mittel, um diese Genauigkeit zu erreichen? Können Sie die Wahl der Deflationsbedingung begründen?